

Рис. 5

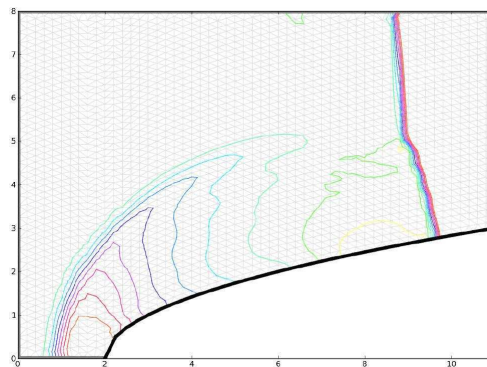


Рис. 6

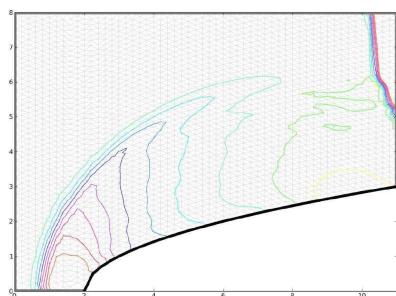


Рис. 7

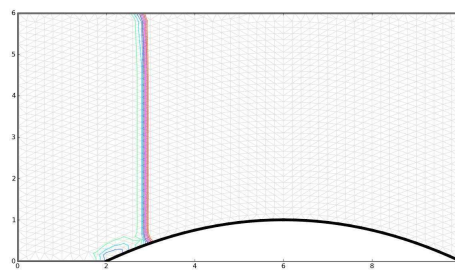


Рис. 8

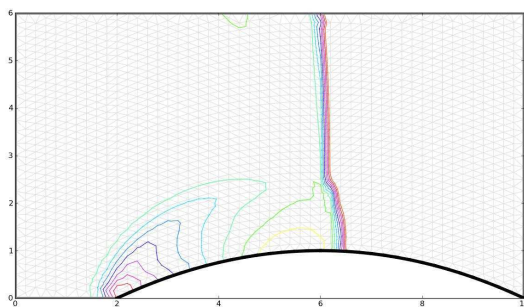


Рис. 9

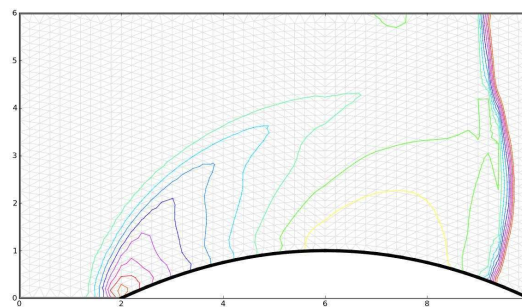


Рис. 10

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. Вычислительный эксперимент. М.: Наука, 1982.
2. Шевырев С. П. Разностные схемы метода Давыдова на произвольной сетке // Математика. Механика: сб. науч. тр. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та. 2005. Вып. 7. С. 205–209.

УДК 539.3

В. Ю. Ольшанский, А. В. Серебряков, И. Ф. Абитова

### АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЬЕЗОГИРОСКОПА

Рассматривается механическая система, состоящая из двух пластин  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  с толщинами  $h_1 = h_2 = h$ . Пластины выполнены из пьезокерамики и предварительно поляризованы по толщине. Они расположены в

двух взаимно перпендикулярных плоскостях. У каждой пластины одно из оснований закреплено, а другое – контактирует без проскальзывания с недеформируемым грузом массы  $M$ . На основания пластины  $\Pi_1$  подается внешнее напряжение  $U(t)$ .

Описанная выше система рассматривалась в работе [1] в качестве модели датчика инерциальной информации. Требуется провести расчет характеристик электрического тока, генерирующегося в пластине  $\Pi_2$  за счет пьезоэффекта. При этом учитывается кориолисова сила инерции, возникающая за счет вращения объекта, на котором установлен датчик.

Для описания установившихся вынужденных колебаний рассмотрим связанную динамическую задачу электроупругости. Перемещения  $u_k$  в пластинах должны удовлетворять уравнениям одномерных колебаний с учетом внутреннего трения

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} + 2\alpha \frac{\partial u_k}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}, \quad k = 1, 2. \quad (1)$$

Связанность данной задачи проявляется в уравнениях вынужденной электростатики

$$\frac{\partial^2 \psi_k}{\partial x_k^2} = \frac{1}{d_{33}} \frac{k_{33}^2}{1 - k_{33}^2} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_k^2}, \quad k = 1, 2, \quad (2)$$

которые содержат и перемещения  $u_k(x_k, t)$ , и электрические потенциалы  $\psi_k(x_k, t)$ . Граничные условия для  $\psi_k(x_k, t)$  имеют вид

$$\psi_1(0, t) = -U(t)/2, \quad \psi_1(h_1, t) = U(t)/2, \quad \psi_2(0, t) = 0, \quad \psi_2(h_2, t) = 0. \quad (3)$$

Контакт пластин с присоединенным грузом описывается граничными условиями

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1(h_1, t)}{\partial x_1} + d_{33} \frac{\partial \psi_1(h_1, t)}{\partial x_1} &= \frac{M s_{33}}{A} \left( -\frac{\partial^2 u_1(h_1, t)}{\partial t^2} + 2\Omega_3 \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial t} \right), \\ \frac{\partial u_2(h_2, t)}{\partial x_2} + d_{33} \frac{\partial \psi_2(h_2, t)}{\partial x_2} &= \frac{M s_{33}}{A} \left( -\frac{\partial^2 u_2(h_2, t)}{\partial t^2} - 2\Omega_3 \frac{\partial u_1(h_1, t)}{\partial t} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $A$  – площадь основания пластины,  $s_{33}$ ,  $d_{33}$  – соответственно упругая податливость и пьезоэлектрическая постоянная материала. В условия (4) входит также компонент угловой скорости  $\Omega_3$ .

Граничные условия на основаниях  $x_k = 0$  определяются способом закрепления пластин. Рассматривается непрерывный контакт с упругой

(винклеровской) подложкой, при котором перемещение и нормальное напряжение связаны равенством

$$\sigma(0, t) = -H \cdot u_k(0, t), \quad k = 1, 2, \quad (5)$$

а также непрерывный контакт пластины с упругим полупространством. В последнем случае предполагалось распространение упругих волн в полупространстве.

Проведены расчеты для гармонического внешнего воздействия  $U(t) = U_0 \sin \beta t$ . Получена зависимость амплитуды тока от частоты колебаний  $\beta$ , определены перемещения  $u_k(x_k, t)$ .

При использовании в задаче граничных условий вида (5) изучено влияние коэффициента жесткости  $H$  на характеристики выходного тока. При возрастании жесткости наблюдалось увеличение амплитуды тока при одновременном уменьшении резонансного значения  $\beta$ . Моделируя в численных экспериментах неограниченный рост жесткости  $H$ , получаем результаты, совпадающие с расчетами при жестком закреплении (см. [1]).

Расчет для пластин, контактирующих с упругим полупространством, показал, что отношение  $s_{33}/s_w$  упругой податливости пьезокерамики к податливости  $s_w$  материала полупространства оказывает существенное влияние на амплитудно-частотную характеристику. Явно выраженный пик на характеристике наблюдается в случае, когда величины  $s_{33}$  и  $s_w$  различаются значительно.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Панкратов В. М., Ольшанский В. Ю., Нагар Ю. Н., Серебряков А. В. Влияние диссипации на характеристики измерителя угловой скорости на основе взаимного пьезоэффекта // Авиакосмическое приборостроение. 2010. № 8. С. 3–8.

УДК 629

**И. А. Панкратов, Ю. Н. Челноков**

### **АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЗАДАЧИ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ОТКЛОНЕНИЯХ**

Рассматривается задача переориентации орбиты космического аппарата (КА) в случае минимизации интегрального квадратичного (относительно фазовых переменных и управления) функционала качества. Для