

алгоритмы, базирующиеся на интегральной информации (усредняющей входные данные).

Также интересно отметить, что *смешанный 2-шаговый алгоритм 4-го порядка* практически всегда оказывался точнее *старого 2-шагового алгоритма 4-го порядка*, хотя он был получен из этого алгоритма переходом к новым переменным и отбрасыванием членов большого порядка малости.

Это наглядно показывает, что *различные приближения одних и тех же формул могут давать разные методические погрешности* в зависимости от того, какие члены были удержаны, и в какой форме записаны итоговые формулы. Как было продемонстрировано в данной статье, уравнение типа Риккати приводит к алгоритмам, которые лучше ведут себя на практике.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992.
2. Челноков Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. М.: Физматлит, 2006.

УДК 533.6.011

Т. В. Лягаева, И. А. Чернов

К УЧЕТУ ПРОТИВОДАВЛЕНИЯ В ЗАДАЧЕ О СИЛЬНОМ ВЗРЫВЕ

Задача о сильном взрыве в автомодельной постановке была независимо решена Л. И. Седовым и Тейлором (С – Т). При этом давление в покоящейся газе предполагалось нулевым. Учет противодействия был выполнен независимо Н. С. Бурновой (Мельниковой) и Сакураи. В рамках координатного разложения с решением С – Т в качестве основного члена они нашли первую поправку к нему. Построение следующих членов разложения связано с преодолением технических трудностей, связанных с быстрым увеличением числа слагаемых, входящих в системы ОДУ для поправок. Тем не менее их нахождение (ниже рассчитана следующая из них) позволяет точнее проследить эволюцию течения за ударной волной (УВ) для не очень малого интервала времени. Библиография по этой задаче есть в [1]. Постановка задачи и основные обозначения, использованные ниже, совпадают с принятыми в главе 3 из [2].

Заметим, что недавно был предложен [3] альтернативный подход к данной проблеме.

Основные уравнения

Решение задачи о точечном взрыве в покоящейся среде с постоянными начальными плотностью ρ_1 и давлением p_1 зависит от двух безразмерных переменных

$$\lambda = r/r_2, \quad q = a_1^2/c^2, \quad (1)$$

где $r_2(t)$ – закон движения УВ, $c = dr_2(t)/dt$ – ее скорость, a_1 – скорость звука в области покоя. Соотношения, связывающие параметры до и после УВ, можно записать через q .

Искомые параметры задачи (скорость частицы, плотность и давление) представляются в виде

$$v = v_2 f(\lambda, q), \quad \rho = \rho_2 g(\lambda, q), \quad p = p_2 h(\lambda, q). \quad (2)$$

При этом $q = 0$ соответствует нулевому противодавлению (это решение С – Т); $\lambda = 0$ – центр взрыва, $\lambda = 1$ – задняя сторона УВ.

В [2] показано, что система уравнений для сферически симметричных ($\nu = 3$) течений идеального газа в случае адиабатических течений в переменных (1) и (2) принимает вид

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2(1-q)}{\gamma+1} f - \lambda \right] (1-q) \frac{\partial f}{\partial \lambda} + \\ & + \frac{[\gamma+1 + (\gamma-1)(1-q)][\gamma+1 - 2(1-q)]}{2\gamma(\gamma+1)g} \frac{\partial h}{\partial \lambda} + \\ & + \left[(1-q) \frac{\partial f}{\partial q} - \frac{2-(1-q)}{2q} f \right] r_2 \frac{dq}{dr_2} = 0, \\ & \left[\frac{2(1-q)}{\gamma+1} f - \lambda \right] \frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial \lambda} + \frac{2(1-q)}{\gamma+1} \left[\frac{\partial f}{\partial \lambda} + \frac{\nu-1}{\lambda} f \right] + \\ & + \left[\frac{1}{g} \frac{\partial g}{\partial q} - \frac{2}{\gamma+1-2(1-q)} \right] r_2 \frac{dq}{dr_2} = 0, \\ & \left[\frac{2(1-q)}{\gamma+1} f - \lambda \right] \frac{\partial h}{\partial \lambda} + \frac{2\gamma(1-q)}{\gamma+1} \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} + \frac{\nu-1}{\lambda} f \right) h + \\ & + \left[\frac{\partial h}{\partial q} - \frac{2\gamma h}{[2\gamma - (\gamma-1)q]q} \right] r_2 \frac{dq}{dr_2} = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\lambda = r \left(\frac{\rho_1}{Et^2} \right)^{\frac{1}{\nu+2}}, \quad r_2(t) = \left(\frac{E}{\rho_1} \right)^{\frac{1}{\nu+2}} t^{\frac{2}{\nu+2}} (1 + A_1 q + A_2 q^2 + \dots); \quad (4)$$

$$c = \frac{dr_2(t)}{dt}.$$

При этом величину $r_2 dq/dr_2$ в (3) следует брать в форме $3q/(1 + A_1q + A_2q^2 + \dots)$ (см. (4)).

Решения для (f, g, h) представляются в виде степенных рядов по переменной q :

$$f(\lambda, q) = f_0 + qf_1 + \dots, \quad g(\lambda, q) = g_0 + qg_1 + \dots, \quad h(\lambda, q) = h_0 + qh_1 + \dots, \quad (5)$$

где $f_0, f_1, \dots, g_0, g_1, \dots, h_0, h_1, \dots$ – коэффициенты, зависящие от λ . При $q = 0$ в (5) остаются нулевые члены, которые описывают решение С-Т.

Подстановка (5) в (3), (4) дает системы ОДУ, нулевая – для f_0, g_0, h_0 является нелинейной с краевыми условиями

$$f_0(0) = 0, \quad f_0(1) = 1, \quad g_0(1) = 1, \quad h_0(1) = 1.$$

Четыре условия для трех уравнений выполняются в решении С – Т за счет выбора показателя автомодельности, что учтено в задании вида представления (4).

Для k -го приближения получаются линейные системы 3-х неоднородных уравнений с коэффициентами, зависящими от нулевого приближения. Краевые условия таковы:

$$f_k(0) = 0, \quad f_k(1) = 0, \quad g_k(1) = 0, \quad h_k(1) = 0. \quad (6)$$

Поскольку в систему трех ОДУ для k -го приближения входит свободный параметр A_k , то его следует подбирать так, чтобы выполнялись 4 условия (6). Это делается методом пристрелки.

Результаты расчетов

Были найдены следующие значения коэффициентов: $A_1 = 1.918154307, A_2 = 1.779529995$.

На рис. 1 представлены функции $f_0(\lambda), g_0(\lambda), h_0(\lambda)$. На рис. 2 – $\{f_1(\lambda), g_1(\lambda), h_1(\lambda)\}$.

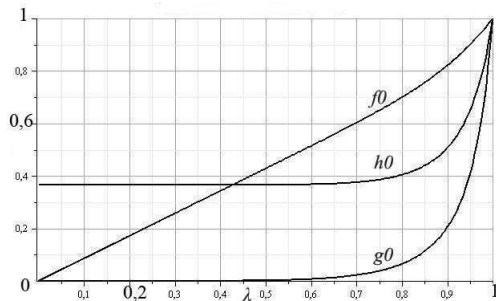


Рис. 1

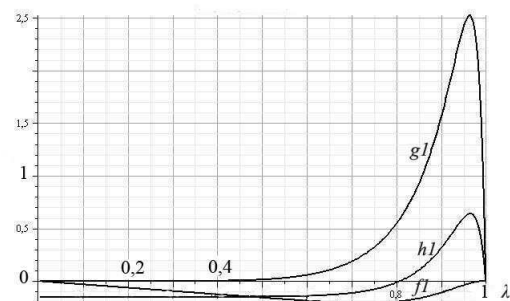


Рис. 2

На рис. 3 – $\{f_2(\lambda), g_2(\lambda), h_2(\lambda)\}$. Рис. 4, 5, 6 представляют функции f, g, h из (5) для $q = \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5\}$, соответствующие кривые обозначены цифрами $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

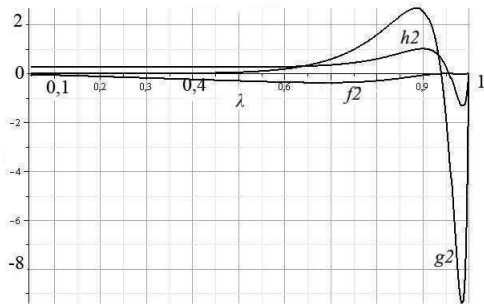


Рис. 3

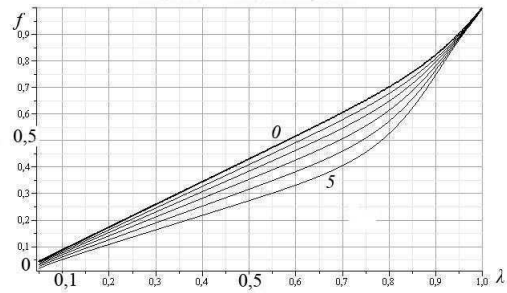


Рис. 4

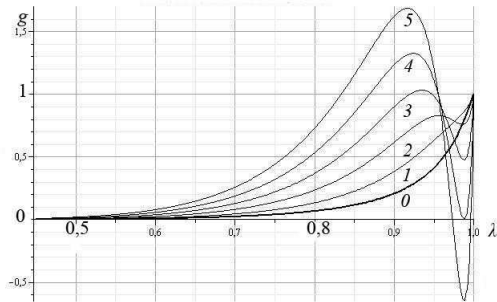


Рис. 5

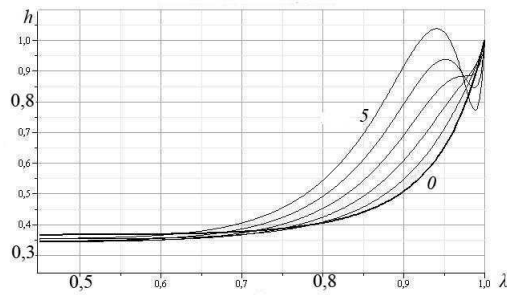


Рис. 6

На рис. 7 изображена траектория УВ: $r_2(t) = 0.51t^{2/5}(1 + A_1q + A_2q^2 + \dots)$ (пунктир – для решения С-Т ($A_1 = A_2 = 0$), штриховая – с учетом противодействия). По оси абсцисс отложено безразмерное время τ (см. [2, с. 116]).

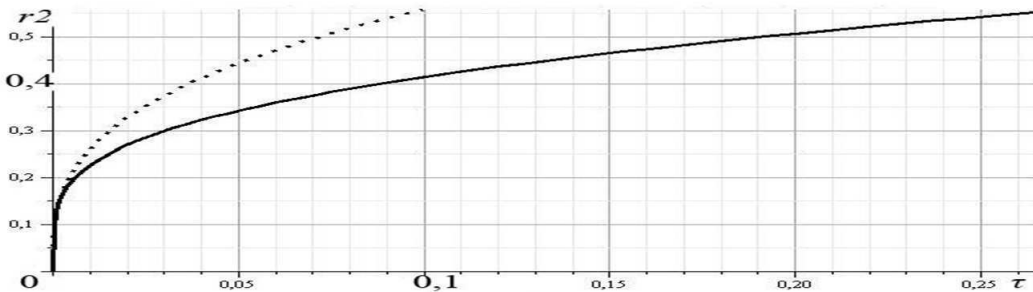


Рис. 7

Вывод

Как показывают рис. 4, 5, 6, в автомодельном решении С-Т сразу позади УВ (кривые с обозначением «0») реализуются максимальные значения параметров v , ρ , p . При удалении УВ от центра (что соответствует увеличению времени) максимум давления и плотности «отстает» от фронта УВ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Коробейников В. П. Задачи точечного взрыва. М.: Наука, 1985. 400 с.
2. Коробейников В. П., Мельникова Н. С., Рязанов Е. В. Теория точечного взрыва. М.: Физматгиз, 1961. 332 с.

3. Чернов И. А. Трактовка решения Седова как серии промежуточных асимптотик в течении от сильного взрыва // Изв. вузов. Сер. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18, № 4. С. 33–43.

УДК 629

А. К. Китарова, Ю. Н. Челноков

ОПТИМАЛЬНАЯ ПЕРЕОРИЕНТАЦИЯ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ЗА ФИКСИРОВАННОЕ ВРЕМЯ

Рассматривается задача переориентации орбиты космического аппарата (КА) посредством реактивной тяги, ортогональной плоскости орбиты космического аппарата. Под действием такого управления орбита КА поворачивается в пространстве как неизменяемая (недеформируемая) фигура. Для решения задачи использованы кватернионное дифференциальное уравнение ориентации орбиты КА в отклонениях и дифференциальное уравнение в отклонениях для эйлерова угла поворота орбиты.

Задача переориентации формулируется следующим образом: требуется построить управление u , переводящее орбиту КА за фиксированное время t_1 , изменение ориентации которой в отклонениях описывается уравнениями [1]

$$2 \frac{d\Delta\bar{\lambda}}{dt} = \Delta\bar{\lambda} \circ \bar{\Omega} = \frac{r(\varphi_{tr}(t))}{c} u \Delta\bar{\lambda} \circ (\cos \varphi_{tr}(t) \bar{i}_1 + \sin \varphi_{tr}(t) \bar{i}_2), \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi_{tr}}{dt} = \frac{c}{r^2}, r = \frac{p_{or}}{1 + e_{or} \cos \varphi_{tr}}, c = \text{const}, \Omega_1 = \frac{r}{c} u \cos \varphi_{tr}, \Omega_2 = \frac{r}{c} u \sin \varphi_{tr},$$

из любого заданного начального положения, характеризуемого кватернионом начального отклонения $\Delta\bar{\lambda}(t_0) = \tilde{\lambda}^* \circ \bar{\lambda}^0$, в требуемое конечное положение, характеризуемое кватернионом конечного отклонения $\Delta\bar{\lambda}(t_1)$. Здесь $\bar{\lambda}$ – кватернион ориентации орбиты КА; φ_{tr} – истинная аномалия (угловая переменная, характеризующая положение КА на орбите); $r = |\bar{r}|$ – модуль радиуса-вектора центра масс КА; p_{or}, e_{or} – параметр и эксцентриситет орбиты, $c = |\bar{r} \times \bar{V}|$ – постоянная площадей (модуль вектора момента скорости центра масс КА); $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3 = 0$ – проекции вектора $\bar{\Omega}$ мгновенной абсолютной угловой скорости орбиты на связанные с ней координатные оси; u – проекция вектора ускорения \bar{u} от тяги