4. *Brickenstein M., Dreyer A., Greuel G.-M., Wedler M., Wienand O.* New developments in the theory of gröbner bases and applications to formal verification // Journal of Pure and Applied Algebra. 2009. Vol. 213, № 8. P. 1612–1635. Theoretical Effectivity and Practical Effectivity of Gröbner Bases.

5. *Somenzi F.* URL: http://vlsi.colorado.edu/fabio/ (дата обращения : 25.05.2011) Cudd: Cu decision diagram package release.

6. *Fokin P. V., Blinkov Yu. A.*. ZDD diagrams as appropriate data structures in construction of Boolean Gröbner bases by involutive algorithms // Polynomial Computer Algebra. 2011. P. 22–24 .

7. *Gerdt V. P., Zinin M. V., Blinkov Yu. A.* On computation of boolean involutive bases // Program. Comput. Softw. March. 2010.

УДК 519.53, 519.713

Е. В. Хворостухина

ОБ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СВОЙСТВАХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ГИПЕРГРАФИЧЕСКИХ АВТОМАТОВ

В настоящей статье рассматриваются гиперграфические автоматы без выходных сигналов, т.е. автоматы, у которых множества состояний наделены дополнительной алгебраической структурой гиперграфа.

Исследуются взаимосвязи элементарных свойств универсальных гиперграфических автоматов с элементарными свойствами полугрупп их входных сигналов.

Следуя [1], *гиперграфом* называется система вида $H = (X, L)$, где X – непустое множество вершин гиперграфа и L – семейство некоторых подмножеств множества X, называемых *ребрами гиперграфа.* Вершины гиперграфа, принадлежащие некоторому его ребру, называются *смежными.*

Гиперграф $H = (X, L)$ называется *эффективным*, если любая его вершина принадлежит некоторому его ребру.

Пусть p – некоторое натуральное число. Гиперграф H будем называть *гиперграфом с p-определимыми ребрами*, если в каждом его ребре гиперграфа найдется по крайней мере $p+1$ вершина и, с другой стороны, любые p вершин этого гиперграфа содержатся не более чем в одном ребре. То есть в таком гиперграфе каждое ребро однозначно определяется любыми своими p вершинами.

Например, эффективный гиперграф с 1-определимыми ребрами – это гиперграф, ребра которого образуют нетривиальное разбиение множества вершин без одноэлементных классов. Кроме того, если рассмотреть плоскость как гиперграф, вершинами которого являются точки этих плоскостей, а ребрами – соответствующие прямые, то проективная плоскость и аффинная плоскость с числом точек более четырех являются эффективными гиперграфами с 2-определимыми ребрами.

Эндоморфизмом гиперграфа $H = (X, L)$ называется преобразование φ множества вершин X, которое удовлетворяет следующему условию:

$$(\forall l \in L)(\exists l' \in L)(\varphi(l) \subset l').$$

Множество всех эндоморфизмов гиперграфа H с операцией композиции образует полугруппу $\mathrm{End}H$.

В настоящей статье под гиперграфическим автоматом понимается полугрупповой автомат без выходных сигналов [2] $A = (X, S, \delta)$, множество состояний которого X наделено такой структурой гиперграфа $H = (X, L)$, что при любом входном сигнале $s \in S$ функция переходов δ_s является эндоморфизмом гиперграфа H. Например, для любого гиперграфа H алгебраическая система $A = (H, \mathrm{End}H, \delta)$ с функцией $\delta(\varphi, x) = \varphi(x)$, где $(\varphi, x) \in \mathrm{End}H \times X$, является гиперграфическим автоматом, который обозначается $\mathrm{Atm}(H)$ и называется *универсальным гиперграфическим автоматом.*

Полугруппу входных сигналов автомата A будем обозначать также $\mathrm{Inp}(A)$.

Напомним [3], что алгебраические системы A, B фиксированной сигнатуры Ω называются *элементарно эквивалентными*, если каждая формула Φ сигнатуры Ω, истинная на одной из заданных алгебраических Ω-систем, истинна и на другой. Символически это записывается следующим образом: $A \models \Phi \iff B \models \Phi$. В частности, изоморфные алгебраические системы сигнатуры Ω элементарно эквивалентны. Множество предложений языка узкого исчисления предикатов сигнатуры Ω, истинных на алгебраической системе A, называется *элементарной теорией системы* A или просто *теорией* A и обозначается как $\mathrm{Th}(A)$. Ясно, что элементарная эквивалентность систем A и B сигнатуры Ω равносильна выполняемости равенства $\mathrm{Th}(A) = \mathrm{Th}(B)$.

Полученная в [4] относительно элементарная определимость класса универсальных гиперграфических автоматов над эффективными гиперграфами с p-определимыми ребрами в классе полугрупп позволяет исследовать элементарные свойства универсальных гиперграфических автоматов над такими гиперграфами.

Теорема. *Пусть* H, H_1 *– эффективные гиперграфы с* p*-определимыми ребрами и* $\mathrm{Atm}(H) = A$, $\mathrm{Atm}(H_1) = A_1$ *– универсальные* *гиперграфические автоматы над гиперграфами H, H_1 соответственно. Тогда полугруппы* $\mathrm{Inp}(A)$, $\mathrm{Inp}(A_1)$ *входных сигналов этих автоматов элементарно эквивалентны в том и только том случае, если элементарно эквивалентны автоматы A и A_1.*

Таким образом, универсальные гиперграфические автоматы над эффективными гиперграфами с p-определимыми ребрами с точностью до элементарной эквивалентности определяются своими полугруппами входных сигналов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Зыков А. А.* Гиперграфы // УМН. 1974. Т. 29, №6. С. 89–154.
2. *Плоткин Б. И., Гринглаз Л. Я., Гварамия А. А.* Элементы алгебраической теории автоматов. М. : Высшая школа, 1994.
3. *Ершов Ю. Л., Палютин Е. А.* Математическая логика. М. : Наука 1987.
4. *Хворостухина Е. В.* Об относительно элементарной определимости класса гиперграфических автоматов в классе всех полугрупп // Компьютерные науки и информационные технологии : тезисы докладов Международной научной конференции. Саратов, 1–4 июля 2009 г. Саратов : Издательство Саратовского университета, 2009. С. 210–212.

УДК 517.51

А. А. Хромов

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРА ПРИ ВОССТАНОВЛЕНИИ ФУНКЦИЙ С ИНТЕГРАЛЬНЫМ УСЛОВИЕМ

В данной статье построенное ранее семейство операторов для приближения непрерывной функции с интегральным условием применяется в случае, когда функция задана с погрешностью в среднеквадратичной метрике и выясняется вопрос о согласовании параметра, от которого зависит данное семейство, с погрешностью исходных данных.

Пусть $f(x) \in C[0,1]$, $p(x) \in C^1[0,1]$, $p(1) \neq 0$ и

$$U(f) \equiv \int_0^1 p(t)f(t)dt = 0$$

и пусть вместо $f(x)$ нам известна $f_\delta(x)$ такая, что $\|f_\delta - f\|_{L_2[0,1]} \leq \delta$.

Рассмотрим семейство операторов из [1]: