

А. И. Малинский

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ПОСТРОЕНИЯ ДЕРЕВА СЦЕНАРИЕВ С ЗАДАННЫМИ СТАТИСТИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

В данной статье рассматривается алгоритм построения дерева сценариев, обладающего заданными статистическими свойствами. В основе лежит метод, предложенный в статье [1].

Пусть S есть множество всех заданных статистических характеристик распределения и пусть S_i есть значение заданной статистической характеристики i из множества S . Далее, пусть I означает число случайных переменных, T – число стадий, и N_t есть число разветвлений на стадии t . Мы будем полагать для простоты, что дерево является симметричным, т.е. число ветвей является одинаковым для всех условных распределений из одного периода. Дерево на рисунке является симметричным с $T = 3$, $N_1 = 3$, $N_2 = 2$, $N_3 = 1$. Пусть x есть вектор размерности $|x| = IN_1 + IN_1N_2 + \dots + IN_1N_2 \dots N_T$, p есть вектор вероятностей размерности $|p| = N_1 + N_1N_2 + \dots + N_1N_2 \dots N_T$ и пусть $f_i(x, p)$ есть функция для вычисления статистической характеристики i из S (например, это может быть математическое ожидание или момент некоторого порядка). Пусть M есть матрица с элементами 0 или 1, число строк и столбцов которой равно $|p|$ (числу дуг дерева сценариев) и $|x|$ (числу узлов дерева сценариев) соответственно, каждый столбец которой есть индикатор условного распределения в заданном узле. Каждый столбец задает условное распределение в дереве сценариев. Обозначим w_i вес статистической характеристики i из множества S .

Задача состоит в нахождении таких $x \in \mathbb{R}^{|x|}$ и $p \in \mathbb{R}^{|p|}$, чтобы статистические характеристики дискретного распределения, генерируемого деревом сценариев, совпадали с заданными вначале статистическими характеристиками. Добиться такого результата можно с помощью минимизации меры расстояния между статистическими характеристиками распределения, соответствующими дереву сценариев, и заданными. Необходимо учитывать, что сумма вероятностей всех сценариев на отдельном этапе должна быть равна единице. Таким образом, задача построения дерева сценариев, аппроксимирующего распределение с заданными статистическими характеристиками, может быть записана как

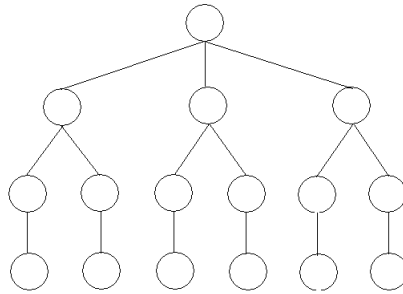
следующая задача условной нелинейной оптимизации:

$$\sum_{i \in S} w_i (f_i(x, p) - S_i)^2 \rightarrow \min_{x, p}, \quad (1)$$

при условии

$$\sum pM = 1, p \geq 0.$$

Для выполнения поставленной задачи была написана программа в среде Matlab с использованием Excel.



Пример дерева сценариев

Процедура построения дерева рекурсивна. Базовой функцией алгоритма является функция построения дерева сценариев с одним периодом. Опишем ее подробнее. Для заданного распределения мы вычисляем его моменты (здесь ограничиваемся четырьмя первыми моментами). Лицо, принимающее решение (ЛПР), задает «худший» случай следующим образом:

$$WC_i = E(x_i) - F \cdot SD(x_i),$$

где $E(x_i)$ – математическое ожидание актива i , F – некоторая константа, $SD(x_i)$ – стандартное отклонение актива i . Вероятность наихудшего сценария задается ЛПР. Решая задачу (1), находим вероятности и значения случайной величины x . Дерево с одним периодом построено.

Продолжая рекурсивно процедуру построения дерева с одним периодом для получившихся узлов и учитывая ограничения на корреляции случайных величин между стадиями, получаем дерево сценариев. При реализации алгоритма полагаем число ветвей в каждом узле дерева постоянным для всех узлов.

Построенное дерево сценариев может быть использовано в задачах прогнозирования котировок акций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Hoyland K., Wallace S. W. Generating Scenario Trees for Multistage Problems // Management science. 2001. Vol. 47, № 2. P. 295–307.